

## FİZİKA

УДК 539.21

ПОПЕРЕЧНЫЙ ЭФФЕКТ НЕРНСТА-ЭТТИНГСГАУЗЕНА  
В СВЕРХРЕШЕТКАХ

Б.М.АСКЕРОВ\*, С.Р.ФИГАРОВА\*, Г.И.ГУСЕЙНОВ\*\*

*\*Бакинский Государственный Университет,**\*\*Азербайджанский Архитектурный  
и Строительный Университет**figarov@bsu.az*

*В работе теоретически исследуется поперечный эффект Нернста-Эттингсгаузена в сверхрешетках с косинусоидальным законом дисперсии. Рассмотрен квазидвумерный и квазитрехмерный вырожденный электронный газ. Показано, что в зависимости от величины магнитного поля и степени заполнения зоны коэффициент Нернста-Эттингсгаузена может быть как положительным, так и отрицательным.*

**Ключевые слова:** сверхрешетка, квазидвумерный и квазитрехмерный электронный газ, эффект Нернста-Эттингсгаузена.

Знак эффекта Нернста-Эттингсгаузена (НЭ) существенно зависит от механизма рассеяния и температуры. В отличие от эффекта Холла, два знака поперечного эффекта Нернста-Эттингсгаузена нельзя объяснить наличием двух сортов носителей тока. Поэтому смена знака эффективной массы носителей тока, которая имеет место в сверхрешетках, должна существенно влиять на этот эффект.

Эффект НЭ в низкоразмерных электронных системах стал изучаться сравнительно недавно. Совсем недавно эффект НЭ был измерен [1,2], а затем теоретически проанализирован в графене [3] и в графите [4]. В этих работах наблюдалось нетипичное поведение коэффициента НЭ, зависящее от величины и направления магнитного поля относительно слоя двумерной системы, а также размерности электронного газа. В работах [5,6] теоретически исследовался коэффициент НЭ в квазидвумерных и двумерных системах с различным видом энергетического спектра, а именно линейным и синусоидальным. Также было показано, что коэффициент НЭ осциллирует пропорционально производной намагниченности по температуре и концентрации электронов, причем эти осцилляции в

слабом магнитном поле ослабевают. В приведенных выше работах не изучалось влияние механизма рассеяния и степени заполнения зоны на эффект НЭ.

В настоящей работе изучается поперечный эффект Нернста-Эттингсгаузена (НЭ) в сверхрешетках с косинусоидальным законом дисперсии при наличии магнитного поля, перпендикулярного плоскости слоя при рассеянии носителей тока на слабо экранированных ионах примеси. Получены аналитические выражения коэффициента Нернста-Эттингсгаузена в предельных случаях сильного и слабого магнитного поля. Изучено влияние степени заполнения зоны на поведение эффекта НЭ. Показано, что в слабом магнитном поле для квазидвумерного электронного газа эффект НЭ отрицателен, в то время как в квазитрехмерном случае может стать как отрицательным, так и положительным. В сильном магнитном поле коэффициент НЭ логарифмически слабо зависит от соотношения между радиусом экранирования  $r_0$  и постоянной решетки  $a$  в направлении перпендикулярном к плоскости слоя, причем радиус экранирования, в свою очередь, зависит от степени заполнения зоны.

### Общий вид гальвано - и термомагнитных тензоров

Рассмотрим сверхрешетку с квазидвумерным электронным газом, в котором зависимость энергии  $\varepsilon$  от компонент волнового вектора  $\vec{k}$  имеет косинусоидальный вид:

$$\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{\perp}} + \varepsilon_0 [1 - \cos(ak_z)]. \quad (1)$$

Здесь  $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $k_{\perp}$  и  $k_z$  - поперечная и продольная компоненты волнового вектора, соответственно,  $\varepsilon_0$  - ширина одномерной минизоны проводимости,  $a$  - постоянная решетки в направлении, перпендикулярном плоскости слоев,  $m_x = m_y = m_{\perp}$  - эффективная масса электронов проводимости в плоскости слоев.

В сверхрешетках с указанным законом дисперсии время релаксации  $\tau$  электронов проводимости по-разному зависит от компонент волнового вектора.

При слабой экранировке кулоновского потенциала примесных ионов  $kr_0 \gg 1$  для поперечного компонента обратного времени релаксации имеем [7].

$$\tau_{\perp} = \tau_{\perp 0} \frac{(\varepsilon_{\perp}/k_0 T)^{3/2}}{\ln(2r_0 z/a)}, \quad \tau_{\perp 0} = \frac{\tau_0 (2r_0)^3 (2m_{\perp} k_0 T)^{3/2}}{\hbar^3}. \quad (2)$$

Эти формулы получены в борновском приближении  $r_0 \ll r_B$  ( где

$r_B = \chi \hbar^2 / me^2$  – эффективный боровский радиус). Здесь  $r_0$  – радиус экранировки кулоновского потенциала примесных ионов,  $\tau_0 = \frac{(m_\perp \chi)^{1/2}}{8\pi N_i e a^{3/2}}$ ,

$\chi$  – диэлектрическая проницаемость кристалла,  $N_i$  – концентрация примеси. В общем случае радиус экранировки вырожденного электронного газа в квазидвумерном случае зависит от степени заполнения зоны  $Z(\zeta_F) = ak_z$  и от концентрации электронного газа  $n$ .

Для энергетического спектра электронов проводимости (1) и времени релаксации (2) компоненты гальвано- и термомагнитных тензоров в случае, когда магнитное поле направлено по оси  $z$ , перпендикулярно плоскости слоя:  $B_z = B$ , имеют вид [8].

$$\sigma_{ik} = n_0 e^2 \left\langle \frac{\tau_\perp v_\perp^{i-k}}{(1+v_\perp^2)} \right\rangle, \quad (3)$$

$$\beta_{ik} = -\frac{n_0 e}{T} \left\langle (\varepsilon_\perp - \zeta) \frac{\tau_\perp v_\perp^{i-k}}{1+v_\perp^2} \right\rangle, \quad (4)$$

где  $i \leq k$ ,  $i, k = x, y$ ,  $n_0 = \frac{m_\perp (\zeta - \varepsilon_0)}{\pi^2 \hbar^2 a}$ ,  $v_\perp = \frac{eB}{m_\perp} \tau_\perp$ .  $\zeta$  – химический потенциал. Знак усреднения  $\langle \dots \rangle$  имеет смысл

$$\langle A \rangle = \frac{1}{2\pi^2 \hbar^2 n_0} \int \left( -\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) A \varepsilon_\perp d\varepsilon_\perp dk_z. \quad (5)$$

Верхняя граница интеграла определяется степенью заполнения мини-зоны  $Z_0$ :

$$Z_0 = \begin{cases} \pi, & \text{при } \zeta > 2\varepsilon_0 \\ \arccos\left(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon_0}\right), & \text{при } \zeta < 2\varepsilon_0 \end{cases}. \quad (6)$$

На поведение эффекта НЭ существенно влияет величина и направление магнитного поля.

### Коэффициент Нернста-Эттингсгаузена в поперечном магнитном поле

Коэффициент Нернста-Эттингсгаузена (НЭ) в магнитном поле, перпендикулярном плоскости слоя определяется формулой [9]

$$Q = \frac{1}{B} \frac{\beta_{11} \sigma_{12} - \beta_{12} \sigma_{11}}{\sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2}. \quad (7)$$

В общем виде зависимость коэффициента НЭ от степени вырож-

дения и заполнения зоны, а также от значения магнитного поля найти невозможно. Поэтому отдельно рассмотрим вырожденный квазидвумерный  $\zeta_F > 2\varepsilon_0$  и квазитрехмерный  $\zeta_F < 2\varepsilon_0$  электронный газ в предельных случаях слабого  $\nu_{\perp} \ll 1$  и сильного  $\nu_{\perp} \gg 1$  магнитные поля.

**А. Слабое магнитное поле:**  $\nu_{\perp} = \omega\tau_{\perp} \ll 1$ , где  $\omega = eB/m_{\perp}$  - циклотронная частота электрона.

Учитывая в выражениях  $\sigma_{ik}$  (3) и  $\beta_{ik}$  (4) условие слабого поля условие  $\nu_{\perp} \ll 1$ , для компонент гальвано- и термомагнитного тензоров вырожденного электронного газа получим следующие выражения:

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar^2} \frac{2}{a} \frac{\varepsilon_0\tau_{\perp 0}}{\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}} \left( I_{0,0,5/2} - \frac{\nu_{\perp 0}^2}{\left(\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}\right)^2} I_{0,0,11/2} \right), \quad (8)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi^2\hbar^2} \frac{2}{a} \frac{\varepsilon_0\tau_{\perp 0}\nu_{\perp 0}}{\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}} I_{0,0,4}, \quad (9)$$

$$\beta_{xx} = -\frac{e}{2\pi^2\hbar^2} \frac{1}{T} \frac{\pi^2}{3} (k_0 T)^2 \frac{2}{a} \frac{\tau_{\perp 0}}{\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}} \left( \frac{5}{2} I_{0,0,3/2} - \frac{11}{2} \frac{\nu_{\perp 0}^2}{\left(\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}\right)^2} I_{0,0,9/2} \right) \quad (10)$$

$$\beta_{xy} = -\frac{e}{2\pi^2\hbar^2} \frac{1}{T} \frac{\pi^2}{3} (k_0 T)^2 \frac{2}{a} \frac{\tau_{\perp 0}\nu_{\perp 0}}{\left(\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}\right)^2} 4 I_{0,0,3}. \quad (11)$$

Отсюда видно, что в этом случае все коэффициенты выражаются через интегралы  $I_{k,l,m}$ :

$$I_{k,l,m} = \int_0^{Z_0} Z^k \cos^l Z (\cos Z - \cos Z_0)^m dZ, \quad (12)$$

где  $Z = ak_z$ .

Подставляя выражения  $\sigma_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$  в (7), для коэффициента  $Q$  имеем:

$$Q = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_0}{e} \right) \frac{k_0 T}{\varepsilon_0} \frac{e\tau_{0\perp}}{m_{\perp}} \frac{1}{\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}} \frac{1}{I_{0,0,5/2}} \left( 4 I_{0,0,3} - \frac{5}{2} \frac{I_{0,0,3/2}}{I_{0,0,5/2}} I_{0,0,4} \right). \quad (13)$$

Явный вид для коэффициента НЭ можно получить только в ча-

стных случаях квазидвумерного и квазитрехмерного электронного газа.

**а) квазидвумерный электронный газ:**  $Z_0 = \pi$ ,  $\zeta > 2\varepsilon_0$ .

В этом случае коэффициент НЭ имеет вид:

$$Q = -4\pi^2 \left( \frac{k_0}{e} \right) \frac{k_0 T}{\varepsilon_0} \frac{e \tau_{\perp 0}}{m_{\perp}} . \quad (14)$$

Следует отметить, что в слабом магнитном поле коэффициент НЭ отрицателен и не зависит от параметра экранировки кулоновского потенциала.

**в) квазитрехмерный электронный газ:**  $Z_0 = \arccos(1 - \frac{\zeta}{\varepsilon_0})$ ,  $\zeta < 2\varepsilon_0$ .

В этом случае для коэффициента НЭ получим:

$$Q = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_0}{e} \right) \frac{k_0 T}{\varepsilon_0} \frac{e \tau_{\perp 0}}{m_{\perp}} \frac{1}{\sin \frac{Z_0}{2}} \left\{ 4 \left[ -Z_0 \left( \cos^2 Z_0 + \frac{3}{2} \right) + \frac{1}{2} \left( 5 - \frac{11}{3} \sin^2 Z_0 \right) \sin Z_0 \right] - \frac{5}{2} \frac{\sin Z_0 - Z_0 \cos Z_0}{Z_0 \left( \frac{1}{2} + \cos^2 Z_0 \right) - \frac{3}{4} \sin 2Z_0} \left[ Z_0 \left( \frac{3}{8} + 3 \cos^2 Z_0 + \cos^4 Z_0 \right) - 2,2(1 - 0,5 \sin^2 Z_0) \sin 2Z_0 \right] \right\} . \quad (15)$$

В квазитрехмерном случае коэффициент НЭ существенно зависит от степени заполнения зоны. Наличие гармонических функций в выражении для коэффициента НЭ может привести к тому, что он может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

**В. Сильное магнитное поле:**  $v_{\perp} = \omega \tau_{\perp} \gg 1$ .

В сильном магнитном поле гальвано- и термомагнитные тензора выражаются через интегралы  $I_{k,l,m}$  следующим образом.

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar^2} \frac{2}{a} \frac{\varepsilon_0 \tau_{\perp 0}}{v_{\perp 0}^2} \ln \frac{2Z_0 r_0}{a} I_{0,0,-1/2} , \quad (16)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi^2 \hbar^2} \frac{2}{a} \frac{\varepsilon_0 \tau_{\perp 0}}{v_{\perp 0}^2} I_{0,0,1} , \quad (17)$$

$$\beta_{xx} = -\frac{e}{2\pi^2 \hbar^2} \frac{2}{a} \frac{1}{T} \frac{\pi^2}{3} (k_0 T)^2 \frac{\tau_{\perp 0}}{v_{\perp 0}^2} \ln \frac{2Z_0 r_0}{a} \left( -\frac{1}{2} \right) I_{0,0,-3/2} , \quad (18)$$

$$\beta_{xy} = -\frac{e}{2\pi^2 \hbar^2} \frac{2}{a} \frac{1}{T} \frac{\pi^2}{3} (k_0 T)^2 \frac{\tau_{\perp 0}}{v_{\perp 0}^2} I_{0,0,0} . \quad (19)$$

Учитывая эти выражения в (7) для коэффициента НЭ получим:

$$Q = \frac{1}{B^2} \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_0}{e} \right) \frac{k_0 T}{\varepsilon_0} \frac{\ln \frac{2Z_0 r_0}{a}}{\varepsilon_0 \tau_{\perp 0} / m_{\perp}} \left[ \frac{1}{2} \frac{I_{0,0,-3/2}}{I_{0,0,1}} + \frac{I_{0,0,-1/2} I_{0,0,0}}{I_{0,0,1}^2} \right] \quad (20)$$

Входящие в это выражение интегралы

$$I_{0,0,-3/2} = \int_0^{z_0} \frac{dZ}{(\cos Z - \cos Z_0)^{3/2}}, \quad I_{0,0,-1/2} = \int_0^{z_0} \frac{dZ}{(\cos Z - \cos Z_0)^{1/2}}$$

можно вычислить только численно, а не аналитически. Поэтому в пределе сильного магнитного поля аналитические выражения для случаев квазидвумерных и квазитрехмерных электронных газов в отдельности получать невозможно. Из выражения (20) следует, что в сильном магнитном поле коэффициент НЭ положителен и логарифмически зависит от соотношения между радиусом экранирования кулоновского потенциала примесных ионов и постоянной решетки  $a$  в направлении перпендикулярном к плоскости слоя  $\frac{r_0}{a}$ .

### Заключение

В работе теоретически изучается коэффициент НЭ в сверхрешетках с косинусоидальным законом дисперсии в магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости слоя.

Получены общие выражения компонент гальвано и термомагнитных тензоров и коэффициента НЭ для вырожденного электронного газа в произвольном магнитном поле, перпендикулярном плоскости слоя.

Показано, что в слабом магнитном поле коэффициент НЭ в квазидвумерном случае становится отрицательным, а в квазитрехмерном случае в зависимости от степени заполнения минизоны иметь как положительный, так и отрицательный знак. Изменение знака эффекта НЭ, по-видимому, связано с существованием в минизоне области с отрицательной эффективной массой  $\frac{1}{m_z} = \frac{\varepsilon_0 a^2}{\hbar^2} \cos ak_z$ .

В сильном магнитном поле получено, что коэффициент НЭ положителен. Кроме того показано, что в сильном магнитном поле коэффициент НЭ логарифмически зависит от соотношения между радиусом экранировки ионов  $r_0$  и постоянной решетки  $a$  в направлении перпендикулярном к плоскости слоя.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Zuev Y.M., Chang W. and Kim P. Phys.Rev.Lett. 102,096807, 2009.
2. Chkelsky J.G., Ong N.P. Phys.Rev. B80 081413 (R), 2009.
3. Bergman D.L. Phys.Rev.Lett. 104, 066601, 2010.
4. Zhu Z., Yang H. B.Fauque et al Nature Phys. 6, 26, 2009.

5. I.A.Lukyanchuk and Y.Kopelevich, Phys.Rev.Lett.93,166402, 2004.
6. Lukyanchuk I.A., Varlamov A.A., Kavokin A.V. Phys.Rev.Lett. 107(1), 016601 21797559, 2011.
7. Аскеров Б.М., Гусейнов Г.И., Фигаров В.Р., Фигарова С.Р. ФТТ, т.50, 2008, с.746-750.
8. Аскеров Б.М., Гусейнов Г.И., Фигарова С.Р. Вестник НАН Азерб.. сер. физ.-мат. и техн. наук, т. XXX, №5, 2010, с.3-8.
9. Askerov M. Elektron Transport Phenomena in Semiconductors, World Scientific, Singapore, 1994, 412 p.

## İFRAT QƏFƏSLƏRDƏ ENİNƏ NERNST-ETTİNQSHAUSEN EFFEKTİ

**B.M.ƏSGƏROV, S.R.FİQAROVA, H.İ.HÜSEYNOV**

### XÜLASƏ

İşdə kosinusoidal dispersiya qanununa təbə olan ifrat qəfəslərdə eninə Nernst-Ettingshausen effekti tədqiq olunur. Kvaziikiölçülü və kvaziüçölçülü cırlaşmış elektron qazı nəzərdən keçirilir. Göstərilir ki, maqnit sahəsinin qiymətindən və zonanın dolma dərəcəsinə asılı olaraq Nernst-Ettingshausen effekti həm müsbət, həm də mənfi qiymət ala bilər.

**Açar sözlər:** ifrat qəfəs, kvaziikiölçülü və kvaziüçölçülü elektron qazı, Nernst-Ettingshausen effekti

## NERNST-ETTINGSHAUSEN EFFECT IN SUPERLATTICES

**B.M.ASKEROV, S.R.FIGAROVA, H.I.HUSEYNOV**

### SUMMARY

We consider the Nernst-Ettingshausen effect in the presence of semiclassically magnetic fields for the quasi-two-dimensional and quasi-three-dimensional systems with a cosinusoidal energy spectrum of electrons. We show that the Nernst-Ettingshausen coefficient may be both positive and negative depending on the miniband filling factor.

**Key words:** superlattice, quasitwodimensional and quasithree-dimensional electron gas, Nernst-Ettingshausen effect

*Принято в редакцию: 28.02.2013 г.*

*Подписано к печати: 06.03.2013 г.*